Bellavista, 17 de octubre, 2022

Señor(a):

RESOLUCIÓN DECANAL N° 119-2022-D-FCNM. - Bellavista 17 de octubre de 2022.- EL DECANO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO:

Visto el OFICIO Nº 07-2022-JET-EPM-FCNM, recibido en forma virtual el 06 de octubre de 2022, por medio del cual el Presidente del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis presenta el Dictamen, para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, e informa, que el proyecto titulado "EXISTENCIA DE SOLUCIONES PROPIAMENTE EFICIENTES PARA EL PROBLEMA MULTIOBJETIVO MEDIANTE EL MÉTODO DE PESOS", presentado por la Srta. Bachiller GARCÍA ROJAS, Stefany Andrea, ha sido evaluado y se resuelve aprobarlo.

CONSIDERANDO:

Que, el Art. 32° de la Ley Universitaria Ley N° 30220, norma que las Facultades son unidades de formación académica, profesional y de gestión, el Art. 70° numeral 2, 3 y 5, norma las atribuciones del Decano, a través de los Directores de los Departamentos, Directores de las Escuelas Profesionales, Unidad de Investigación y la unidad de Posgrado, y las demás dependencias, respectivamente; a fin de lograr un desarrollo académico y administrativo eficaz y eficiente, concordante con la misión, visión y valores de la Facultad FCNM;

Que, mediante Resolución del Consejo Universitario Nº 099-2021-CU de fecha 30 de junio del año 2021, se aprobó el Reglamento de Grados y Títulos de Pregrado de la Universidad Nacional del Callao, señalando en el Art. 33° que la titulación profesional por la modalidad de tesis se realiza por uno de los dos procedimientos: a) Sin ciclo de tesis, y b) Con ciclo de tesis; asimismo, en su Art. 73° precisa sobre la documentación que debe presentar el estudiante o egresado para aprobar su proyecto de tesis y acceder a la titulación profesional mediante dicha modalidad;

Que, con Resolución Rectoral Nº 285-2021-R de fecha 17 de mayo de 2021, se aprobó la Directiva Nº 002-2021-R PARA LA TITULACIÓN PROFESIONAL POR LA MODALIDAD DE TESIS CON CICLO DE TALLER DE TESIS EN LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO;

Que, con RESOLUCIÓN DECANAL Nº 021-2019-D-FCNM de fecha 04 de febrero de 2019 se aprueba la APERTURA, INSCRIPCIÓN Y DESARROLLO DEL TERCER CICLO TALLER DE TESIS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, designándose al mismo tiempo, al Profesor ordinario, adscrito al Departamento Académico de Matemática Lic. JUAN BENITO BERNUI BARROS, Coordinador del Tercer Ciclo Taller de Tesis, para la obtención del Título Profesional de Licenciado en Matemática, cumpliendo con las funciones establecidas en los artículos 46°, 47° 48° y 49° del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional del Callao, aprobado mediante Resolución de Consejo Universitario Nº 099-2021-CU, de fecha el 30 de junio de 2021;

Que, con Resolución de Consejo de Facultad Nº 028-2021-CF-FCNM de fecha 15 de marzo del 2021, se aprobó el PROYECTO DEL III CICLO TALLER DE TESIS PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO, que incluye el Cronograma de Actividades, docentes de cada módulo, **Asesores**, programación horaria, presupuesto y Personal Administrativo, con las modificaciones realizadas por el Consejo de Facultad, el mismo que consta de once (11) páginas;

Que, mediante RESOLUCIÓN DECANAL Nº 083-2022-D-FCNM de fecha 26 de agosto de 2022 se Designó, Jurado Evaluador de Proyecto de Tesis para obtener el título profesional de Licenciado en Matemática, del proyecto titulado: "EXISTENCIA DE SOLUCIONES PROPIAMENTE EFICIENTES PARA EL PROBLEMA MULTIOBJETIVO MEDIANTE EL MÉTODO DE PESOS", presentado por la Srta Bachiller GARCÍA ROJAS, Stefany Andrea; Jurado que está integrado por los siguientes profesores: Dr. JULIO CÉSAR NÚÑEZ VILLA (Presidente), Dr. EDINSON MONTORO ALEGRE (Vocal), Dr. DIONICIO ORLANDO MORENO VEGA (Secretario), Lic. GABRIEL RODRÍGUEZ VARILLAS (Suplente);

Que, estando vigente el Estado de Emergencia Nacional y de Aislamiento Social Obligatorio establecido en el marco del Decreto de Urgencia N° 026-2020 por las graves circunstancias que afectan la vida de la Nación a consecuencia del brote del COVID-19. Se ha emitido la Resolución de Consejo Universitario N° 068-2020-CU, de fecha 25 de marzo de 2020, mediante la cual se resuelve "autorizar con eficacia anticipada, del 16 de marzo de 2020, y hasta que concluya el estado de emergencia nacional, la modificación del lugar de la prestación de servicios docentes y administrativos;

Que, corrido el trámite de la solicitud del recurrente, el presidente del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis presenta en forma virtual en mesa de partes de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, el 06 de octubre de 2022, el Dictamen del proyecto de Tesis titulado "EXISTENCIA DE SOLUCIONES PROPIAMENTE EFICIENTES PARA EL

PROBLEMA MULTIOBJETIVO MEDIANTE EL MÉTODO DE PESOS", presentado por el Srta. Bachiller GARCÍA ROJAS, Stefany Andrea, el cual, ha sido evaluado en su forma y fondo, dictaminando su aprobación;

Estando a lo glosado; a la documentación que obra en autos; a lo normado en el Reglamento de Grados y Títulos; y en uso de las atribuciones que le confiere el Art. 187° del Estatuto de la Universidad Nacional del Callao, modificado en Resolución de Asamblea Universitaria Nº 008-2022-AU, de fecha 28 de junio de 2022 y concordante con el Art. N° 70° de la ley universitaria, Ley N° 30220;

RESUELVE:

1º. APROBAR, con eficacia anticipada el Proyecto de Tesis para optar el Título Profesional de Licenciado en Matemática, titulado: "**EXISTENCIA DE SOLUCIONES PROPIAMENTE EFICIENTES PARA EL PROBLEMA MULTIOBJETIVO MEDIANTE EL MÉTODO DE PESOS**", presentado por la Srta. Bachiller GARCÍA ROJAS Stefany Andrea, en el Tercer Ciclo Taller de Tesis para la obtención del Título Profesional de Licenciado en Matemática, de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, de la Universidad Nacional del Callao.

2º. AUTORIZAR, a la Unidad de Investigación inscribir el tema de tesis y su autor señalado en la presente Resolución, en el Libro de Registro de Tesis, de acuerdo con el Reglamento de Grados y Títulos vigente.

3º. TRANSCRIBIR, la presente Resolución a los miembros del Jurado Evaluador, profesor asesor, Escuela Profesional y Departamento Académico de Matemática, Unidad de Investigación, Comisión de Grados y Títulos e interesada, para conocimiento y fines.

REGÍSTRESE, COMUNÍQUESE Y ARCHÍVESE

Fdo. **Dr. JUAN ABRAHAM MÉNDEZ VELÁSQUEZ**. -Decano y Presidente del Consejo de Facultad de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao.

Fdo. **Mg. GUSTAVO ALBERTO ALTAMIZA CHÁVEZ**.-Secretario Académico
Lo que transcribo a usted para los fines pertinentes.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez
Decano

PROVEÍDO N°612-2022-D-FCNM

Ref. : **OFICIO N° 07-2022-JET-EPM-FCNM**
DICTAMEN N° 07-2022-JET-FCNM
Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis
III CICLO TALLER DE TESIS FCNM 2021
Bach. GARCÍA ROJAS, Stefany Andrea
Escuela Profesional de Matemática

DERÍVESE, el documento indicado de la referencia a la **Oficina de Secretaría Académica de la FCNM**, para la emisión de la respectiva resolución.

Bellavista, 07 de octubre de 2022

Atentamente,

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

Dr. Juan Abraham Méndez Velásquez
Decano

JAMV/hc
Archivo

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

JURADO EVALUADOR DE TESIS

(R. D. Nº 083-2022-D-FCNM)

Lima, 06 octubre 2022

OFICIO Nº 07-2022-JET-EPM-FCNM

Señor

Dr. Juan A. Méndez Velásquez
Decano de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
Presente.-

De mi consideración:

Tengo el agrado de dirigirme a usted para expresarle un cordial saludo y en atención al Memorando Nº 049-2022-D-FCNM, remitir a su despacho el expediente con el Dictamen del Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis titulada: "Existencia De Soluciones Propiamente Eficientes Para El Problema Multiobjetivo Mediante El Método De Pesos" presentado por el bachiller García Rojas Stefany Andrea.

Atentamente,

………………………………………..
Dr Julio César Nuñez Villa
Presidente de Jurado Evaluador de Tesis

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

06 de octubre 2022

DICTAMEN N°07-2022- JET-FCNM

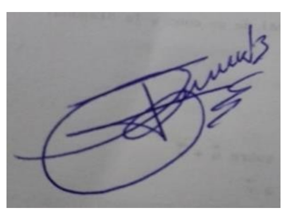
El Jurado Evaluador del Proyecto de Tesis: "EXISTENCIA DE SOLUCIONES PROPIAMENTE EFICIENTES PARA EL PROBLEMA MULTIOBJETIVO MEDIANTE EL MÉTODO DE PESOS" presentado por la bachiller García Rojas Stefany Andrea, designado con Resolución Decanal Nº 083-2022-D-FCNM, reunido en sesión virtual ordinaria del día miércoles 05 de octubre a las 23: 20 hrs., revisan cuidadosamente el Proyecto de Tesis presentado, en forma y fondo; por lo que el Jurado de Proyecto de Tesis toman el siguiente:

ACUERDO:

1 º **Aprobar** el proyecto de tesis titulado: "EXISTENCIA DE SOLUCIONES PROPIAMENTE EFICIENTES PARA EL PROBLEMA MULTIOBJETIVO MEDIANTE EL MÉTODO DE PESOS" presentado por la bachiller García Rojas Stefany Andrea.

2º Remitir al Señor Decano de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática el presente dictamen, acompañado la versión virtual del expediente respectivo para que, según lo dispuesto por el Reglamento de Grados y Títulos de Pregrado de la Universidad Nacional del Callao, se continúe con el trámite.

…………………………	…………………………	…………………………
Dr. Julio César Nuñez Villa	Dr. Edinson Montoro Alegre	Dr. Dionicio Orlando Moreno Vega
Evaluador de Tesis	Jurado Evaluador de Tesis	Jurado Evaluador de Tesis
PRESIDENTE	VOCAL	SECRETARIO



Lic. Gabriel Rodríguez Varillas

Jurado Evaluador de Tesis

SUPLENTE

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
JURADO EVALUADOR DE TESIS

CITACION N° 007-2022-JEPT-FCNM

Señores

Dr. Nuñez Villa Julio César
Dr. Edinson Montoro Alegre
Dr. Dionicio Orlando Morena Vega
Lic. Gabriel Rodríguez Varillas
Miembros del Jurado Evaluador de Tesis
Presente.-

A través del presente cito a usted con carácter de urgencia a la reunión a llevarse a cabo en la fecha, hora y lugar siguientes:

Fecha : Miércoles 5 de octubre del 2022
Hora : 23:20
Enlace : https://meet.google.com/uaq-cygq-bbi

AGENDA

- ✓ Expediente de tesis "Existencia de Soluciones Propiamente Eficientes Para El Problema Multiobjetivo Mediante El Método De Peso" de la Bachiller García Rojas Stefany Andrea.

*Se adjunta RESOLUCIÓN DECANAL Nº 083-2022-D-FCNM

Lima, 5 de octubre del 2022

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICA
JURADO EVALUADOR DE PROYECTO DE TESIS

Dr. Nuñez Villa Julio César
Presidente

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
JURADO EVALUADOR DE TESIS

CITACION N° 007-2022-JEPT-FCNM

Señores

Dr. Nuñez Villa Julio César
Dr. Edinson Montoro Alegre
Dr. Dionicio Orlando Morena Vega
Lic. Gabriel Rodríguez Varillas
Miembros del Jurado Evaluador de Tesis

Presente.-

A través del presente cito a usted con carácter de urgencia a la reunión a llevarse a cabo en la fecha, hora y lugar siguientes:

Fecha : Miércoles 5 de octubre del 2022
Hora : 23:20
Enlace : https://meet.google.com/uaq-cygq-bbi

AGENDA

- ✓ Expediente de tesis "Existencia de Soluciones Propiamente Eficientes Para El Problema Multiobjetivo Mediante El Método De Peso" de la Bachiller García Rojas Stefany Andrea.

*Se adjunta RESOLUCIÓN DECANAL Nº 083-2022-D-FCNM

Lima, 5 de octubre del 2022

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMATICA
JURADO EVALUADOR DE PROYECTO DE TESIS

Dr. Nuñez Villa Julio César
Presidente

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
JURADO EVALUADOR DE TESIS

ASISTENCIA
(Miércoles 5 de octubre del 2022)

CITACION N° 007-2022-JEPT-FCNM
Miembros del Jurado Evaluador de Tesis

Señores

Dr. Julio César Nuñez Villa ____________________

Dr. Edinson Montoro Alegre ____________________

Dr. Dionicio Orlando Morena Vega ____________________

Lic. Gabriel Rodríguez Varillas ____________________

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA
JURADO EVALUADOR DE TESIS

CARGO
(Miércoles 5 de octubre del 2022)

CITACION N° 007-2022-JEPT-FCNM
Miembros del Jurado Evaluador de Tesis

Señores

Dr. Julio César Nuñez Villa ____________________

Dr. Edinson Montoro Alegre ____________________

Dr. Dionicio Orlando Morena Vega ____________________

Lic. Gabriel Rodríguez Varillas ____________________

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

EXISTENCIA DE SOLUCIONES PROPIAMENTE EFICIENTES PARA EL PROBLEMA MULTIOBJETIVO MEDIANTE EL MÉTODO DE PESOS

Autor:

Stefany Andrea García Rojas

Asesor:

Dr. Pedro Canales García

Linea de investigación:

Análisis Numérico y Matemática Computacional

Callao, 2022

PERÚ

DR. PEDRO CANALES GARCÍA	STEFANY GARCÍA ROJAS
ASESOR	BACHILLER

INFORMACIÓN BÁSICA

1. **Facultad:** Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
2. **Unidad de Investigación:** Departamento de Matemática
3. **Título:** Existencia de soluciones propiamente eficientes para el problema multiobjetivo mediante el método de pesos.
4. **Autor:** Stefany Andrea García Rojas
   ORCID: 0000-0002-5180-2279
5. **Asesor:** Dr. Pedro Canales García
   ORCID:0000-0001-9019-3624
6. **Lugar de ejecución:** Facultad de Ciencias Naturales y Matemática
7. **Unidad de Investigación:** Programación Lineal
8. **Tipo de Investigación:** Básica
9. **Tema OCDE:** 1.01.01 (Matemática Pura)

Índice general

INTRODUCCIÓN

En un problema de optimización se busca encontrar la opción que represente el valor óptimo para una función objetivo, pero cuando hablamos de la vida real existen numerosas situaciones en las áreas de economía, finanzas, ingenería y ciencias que trabajan muchos objetivos de forma simultánea y estos generalmente son conflictuantes entre sí, eso quiere decir, que no se puede encontrar una solución óptima que satisfaga a todos estos problemas.

Al trabajar con varios objetivos estos con llevan varias decisiones, que suelen conflictuarse entre ellas. Por ejemplo tales tipos de problemas son comúnmente encontrados en la esfera política. En estas situciones se genera un proceso de toma de decisiones donde extiste dos papeles importantes el primero es del analista que genera soluciones eficientes del problema en base a la información brindada y el segundo es el responsable de la toma de decisiones que recibe soluciones del analista y escoge cual es la solución con mejor compromiso.

Hay diversos métodos para resolver problemas con más de un objetivo y cada uno de ellos posee características y aplicaciones diferentes, ya que el método puede ser muy bueno para un tipo de problema e ineficiente para otro, por tal motivo para escoger el más adecuado se debe analizar la intención inicial del analista y el responsable de la toma de decisiones.

En el presente trabajo definiremos el problema multiobjetivo además se estudiará los conos convexos y las órdenes parciales inducidas por ellos enfocándonos en el caso que dichos conos se localicen en el ortante $\Re^p$ donde p es el número de funciones objetivo para ser optimizadas.

Por otro lado se mostrará, algunos conceptos relacionados al conjunto de soluciones eficientes y propiamente eficientes que se entenderán como la mejor solución para este tipo de problemas.

En particular se describirá, el método de pesos, que se define como un método de generación, pues el analista halla las soluciones eficientes y se las entrega al responsable de la toma de decisiones para que elija la que más le conviene. Con respecto a este método cabe resaltar que tiene como principal caraterística su simplicidad así que se desarrollará un teorema que nos permitirá encontrar soluciones propiamente eficientes para el problema multiobjetivo.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción de la realidad problemática

Este tipo (clase) de problemas se refiere a la obtención de soluciones de un modelo matemático, que abarca dos o más objetivos, que son contenidos en las denominadas funciones multiobjetivos, lo que comúnmente es confundido con los modelos multiniveles. La solución de estos problemas, debido a su recargada dosis numérica hace que existan pocos algoritmos, sin embargo son necesarios ya que existen muchos problemas, que se pueden formular en este modelo para obtener soluciones eficientes y propiamente eficientes. El siguiente trabajo tiene como finalidad mostrar soluciones eficientes y propiamente eficientes para el problema multiobjetivo que esta dada por la siguiente forma :

$$
\begin{aligned}
\text{mín } f(x) = (f_1(x), f_2(x), ...f_p(x))' \\
g_1(x) \leq 0 \\
s.a \qquad g_2(x) \leq 0 \\
\vdots \\
g_m(x) \leq 0
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

Donde

$X = \{x \in \Re^n \mid g_i(x) \leq 0 \, , i = 1, \ldots m\}$

f_k : Función obejtivo $\qquad f_k \colon \Re^n \to \Re$

f : Función multiobejtivo $\qquad f_k \colon \Re^n \to \Re^p$

g_i : Función restrición $\qquad g_i : \Re^n \to \Re$

- Si $p = 1$, es el problema común con un solo objetivo.
- Cuando $p > 1$ será nuestro objetivo de estudio.

Este problema 1.1 se resolverá mediante el método de pesos usando el vector de pesos $w \succeq 0$ tal que $\|w\|_1 = 1$; transformando el problema 1.1 en el siguiente :

$$P(w) : min \sum_{k=1}^{p} w_k \, f_k(x)$$

$$s.a \qquad g_i\,(x) \leq 0 \,, i = 1, \ldots m$$

De esta forma el problema original se transforma en un problema con un único objetivo y con ello obtendremos soluciones óptimas que se convertiran en soluciones eficientes para el problema multiobjetivo.

1.2. Formulación del Problema

1.2.1. Problema General

¿Existirán soluciones propiamente eficientes para el problema multiobjetivo mediante el método de pesos?

1.2.2. Problema Específico

(i) ¿A partir de una solución óptima única para el problema de los pesos existirá una solución eficiente para el problema multiobjetivo?

(ii) ¿A partir de una solución óptima para el problema de los pesos existirá una solución eficiente para el problema multiobjetivo?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Mostrar que existen soluciones propiamente eficientes para el problema multiobjetivo mediante el método de pesos.

1.3.2. Objetivos Específicos

(i) Mostrar que para una solución óptima única del problema de los pesos existe una solución eficiente para el problema multiobjetivo.

(ii) Mostrar que para una solución óptima del problema de los pesos existe una solución eficiente para el problema multiobjetivo.

1.4. Justificación

Los problemas con mútliples objetivos ha optimizar son muy comunes en la vida diaria y muchas veces estos objetivos no pueden ser resultos a la vez pues son conflictuantes unos con otros.

Este proceso de optimización es llamado **toma de decisiones multicriterio** que puede definirse como una teoría para evaluar alternativas según criterios individuales y combinarlos en una evaluación general, pudiendo dividirse en dos parte:

La primera es llamada **análisis de decisión multicriterio** que está relacionado con problemas que tienen un conjunto discreto, predeterminado y finito de soluciones viables. La segunda es llamada **optimización multiobjetivo** donde las soluciones viables no son explícitamente conocidas pero generalmente están representadas por funciones de restricción.

Esta distinción entre los dos procesos se debe principalmente a las diferentes herramientas requeridas en las áreas de trabajo, como por ejemplo: en la investigación operativa y la economía.

Muchos autores estudiaron esta teoría y han planteado condiciones para poder resolverla, por ejemplo las encontradas en la tesis de doctorado de **“Optimality and Langragian Regularity in Vector Optimization”** realizada en la Universidad de Pisa, Italia (Bigi, 1999) y quien más adelante publicó junto con Pappalardo el artículo **“Regulity Conditions in vector optimization”.** (Bigi y Pappalardo,1999)

Otro autor que abordó estos temas fue (Luc, 1989) en su libro **“Theory of Vector Optimization”** que describe las condiciones de regularidad y totalmente regularidad.

Actualmente también se estan realizando investigaciones en diversas áreas por ejemplo: la tesis doctoral **“Optimización multi-objetivo para la evaluación de la sostenibilidad de tecnologías de generación de electricidad a partir del carbón”** presentada por la Universidad de Cantabria (García, 2013). Al igual que lo mostrado por Lara Velasco Carrera en su tesis doctoral **“Optimización Multiobjetivo del Transporte de Personas Discapacitadas”** presentada por la Universidad de Burgos (Velasco, 2017)

Es por eso que el presente trabajo tiene por objetivo principal mostrará soluciones propiamente eficientes por el método de pesos ya que este sería un resultado novedoso y serviría como una estrategia nueva en este ámbito de estudio, el cual cuenta con diversas aplicaciones en la realidad.

1.5. Delimitantes de la Investigación

1.5.1. Teórica

No se aplica en este tipo de proyecto.

1.5.2. Temporal

Debido a que nuestra investigación es netamente teórica no se presentan delimitaciones temporales.

1.5.3. Espacial

No se aplica en este tipo de proyecto.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes: Internacional y nacional

Los últimos 50 años se han estudiado cuestiones teóricas y metodológicas con respecto al área de programación multiobjetivo, no obstante, la investigación más fuerte que se ha dado al respecto sucedió durante los años 80's, 90's y estos útlimos años.

- **Nacionales**

  Rubiños (2015), en su tesis de doctorado titulada "Planeamiento de la generación distribuida en redes de distribución de energía eléctrica en el Perú" de la Universidad Nacional del Callao, planteó un modelo de planificación el cual cubre los requirimientos de la demanada del proyecto con cambios mínimos en la red de distribución existente . Este modelo propuesto es del tipo probabilista y transforma de un problema monobjetivo a uno multiobjetivo.

  Aduviri (2018), tres años después en la Pontificia Univerdad Cátolica del Perú se presentó también una tesis titulada "Algoritmo Genético Multiobjetivo de la Distribución de ayuda humanitaria en caso de desastres naturales en el Perú" . El autor plantea un plan que satisface la demanda en los nodos que son los puntos donde se recibirá la ayuda humanitaria, de la manera más eficiente posible usando la optimización multiobjetivo, de esta forma no desperdicia recursos que podrían ser utilizados para atender a más nodos.Así el valor que será minimizado es la suma total del producto de la cantidad de bienes transportados entre cada par de nodos por el costo unitario de transporte en dicha vía.

  León (2019), publicó en la Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco la tesis titulada " Algoritmo de optimización multiobjetivo para el problema center-based clustering para conjuntos con outliers" que mejora las técnicas actuales en esta rama como principal objetivo; su investigación desarrolla y propone un nuevo algoritmo de clustering, denominado el algoritmo SSO-C. Su trabajo consistió en la optimización de una función multiobjetivo que relaciona dos problemas definidos con el propósito de garantizar la robustez de la solución encontrada. Como búsqueda local para valores iniciales el autor tomósoluciones con un cierto factor de aproximación para un problema de optimización combinatoria relacionado, el problema k-center.

- **Internacionales**

  Li (2019) se presentó el trabajo de disertación "Topics and Applications of Weighting Methods in Case-Control and Observational Studies " realizada en el Departamento de Bioestadística y Bioinformática de la Escuela de Graduados de la Universidad de Duke por en la que desarrolla y amplía métodos de pesos para el estudio de casos y controles.

  Momeni et al. (2021) Este mismo año presentaron un artículo titulado "Estimation of normal means in the tree order model by the weighting methods" donde se aplica el método de pesos para reducir el error cuadrático medio, basado en el sesgo y el error cuadrático medio se compara el desempeño de los estimadores propuestos con los estimadores alternativos para buscar un mejor estimador.

  Matsouaka y Atem (2020) presentaron el artículo "Regression with a right-censored predictor using inverse probability weighting methods" en la que se enfoncan particularmente en el uso de probabilidad inversa del método de pesos en un modelo lineal generalizado (GLM), para aplicarlo en el estudio Framingham del corazón que muestra datos para estimar la relación entre la edad de inicio de un evento cardiovascular clínicamente diagnosticado y lipoproteínas de baja densidad entre los fumadores de cigarrillos.

2.2. Bases teóricas

Con finalidad de tener una amplia teoría para la resolución de los objetivos en el presente trabajo se seguirá los resultados en : (Abadie,1967), (Benson & Morin, (1977)), (Bigi,1999), (Bigi & Pappalardo,1999),(Canales, 2018),(Cohon, 1978),(Geoffrion, 1968),(Kuhn, & Tucker, 1951),(Luc, 1989), (Rockafellar, 1997) y (Sawaragi, Nakayama y Tanino, 1985).

Definición 2.2.1. Sean $x, y \in \Re^n$. Las relaciones $\preceq$ y $\prec$ son definidas de la siguiente forma:

$$x \preceq y \Longleftrightarrow x_i \leq y_i \qquad \forall \quad i = 1, 2 \ldots n$$

$$x \prec y \Longleftrightarrow x_i < y_i \qquad \forall \quad i = 1, 2 \ldots n$$

Ejemplo **2.1.** A continuación mencionaremos algunos ejemplos de la definición 2.2.1

- Sea $x = (-5, 0, 3) \wedge y = (1, 3, 5)$ donde $x, y \in \Re^3$

  $$\begin{aligned} x_1 :& \quad -5 < 1 \\ x_2 :& \quad 0 < 3 \\ x_3 :& \quad 3 < 5 \end{aligned}$$

  Por lo tanto podemos decir que $x \prec y$

- Sea $x = (1, 0, 3) \wedge y = (0, 1, 3)$ donde $x, y \in \Re^3$

  $$\begin{aligned} x_1 :& \quad 1 > 0 \\ x_2 :& \quad 2 > 1 \\ x_3 :& \quad 3 = 3 \end{aligned}$$

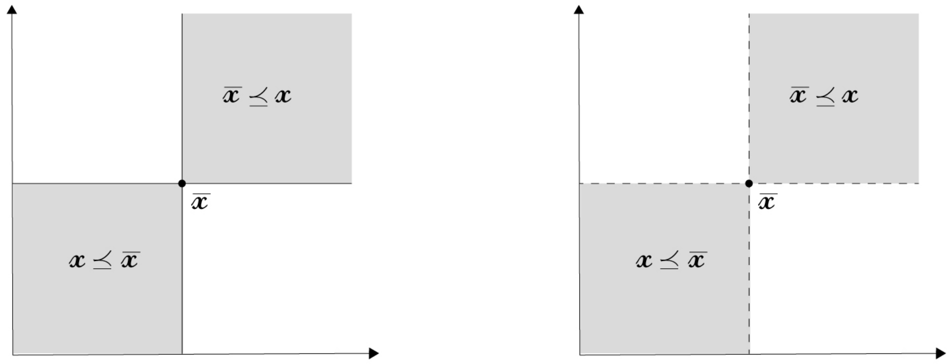
  Por lo tanto podemos decir que $x \succeq y$

- Sea $x = (1, 10, 3) \wedge y = (2, 1, 5)$ donde $x, y \in \Re^3$

  $$\begin{aligned} x_1 :& \quad 1 < 2 \\ x_2 :& \quad 10 > 1 \\ x_3 :& \quad 3 < 5 \end{aligned}$$

  En este ejemplo no podemos decir que $x \succeq y \vee x \preceq y$. Se puede decir que x no esta relacionado con y.

Figura 2.1: Relación $\preceq$ y $\prec$ en $\Re^2$



Fuente: Elaboración propia

Definición 2.2.2. Sean P y Q dos conjuntos. Una relación binaria A de P en Q es un subconjunto de $P \times Q$,diremos que $a \in P$ esta relacionado con $b \in Q$ mediante A si $(a, b) \in A$.

Definición 2.2.3. Sea A una relación binaria en $\Re^p$ .Decimos que es:

(i) Reflexiva, si $(x, x) \in A \qquad \forall x \in \Re^p$

(ii) Antisimétrica, si $(x, y) \in A$ y $(y, x) \in A$ implica que $x = y \qquad \forall x \in \Re^p$

(iii) Transitiva, si $(x, y) \in A$ y $(y, z) \in A$ implica que $(x, z) \in A \qquad \forall x \in \Re^p$

(iv) Conectada, si $(x, y) \in A$ o $(y, x) \in A \qquad \forall x \in \Re^p$ con $x \neq y$

(v) Lineal, si $(x, y) \in A$ implica que $(xt + z, yt + z) \in A \qquad \forall x, y, z \in \Re^p$ y $t > 0$

Definición 2.2.4. Definiremos lo siguiente:

(i) Un orden parcial es una relación binaria que cumple las propiedades reflexiva, anti-simétrica y transitiva.

(ii) Un orden parcial es lineal; si cumple además la propiedad de linealidad.

(iii) Cuando un orden parcial lineal satisface la propiedad de conectada; entonces diremos que es un orden total.

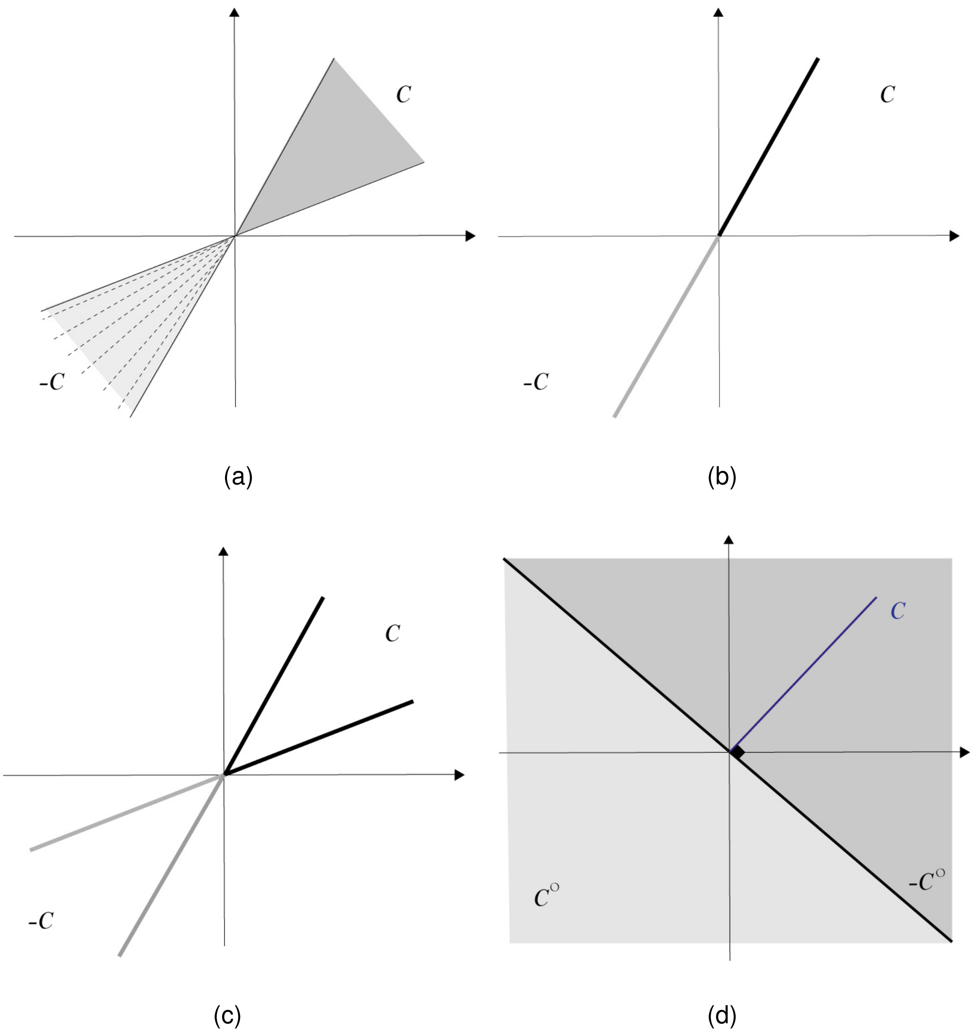
OBS 2.1. Podemos mostrar las siguientes observaciones:

- $(\Re, \leq)$ es una orden total.
- $(\Re^p, \preceq)$ no es una orden total pues no cumple la propiedad de conectada.

Definición 2.2.5. Sea $C \subseteq \Re^p$ es un cono si para todo $x \in C$ tenemos que $xt \in C$ para todo $t \geq 0$. Decimos que un cono C es puntiagudo sí $C \cap -C = \{0\}$.

***Ejemplo* 2.2.** Presentaremos ejemplos gráficos de conos con punta y uno sin punta.

Figura 2.2: Tipos de Conos



(a) (b) (c) (d)

Fuente: Elaboración propia

(a),(b),(c) son conos puntiagudos pues la intersección de C con $-C$ es 0, contrario a (d) que la intersección es una recta.

Proposición 2.2.6. *Sea C un cono. Entonces, C es convexo si solo si $C + C \subseteq C$.*

Prueba. De la hipótesis tenemos que C es un cono conexo. Sea $x, y \in C$ entonces $\lambda x + (1-\lambda)y = z \in C$ tal que $\lambda \in [0,1]$
Para $\lambda = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = z \in C$$
$$\frac{1}{2}(x+y) = z \in C$$
$$(x+y) = 2z \in C$$

Como C es un cono entonces para $t = 2,\ 2z \in C$

$$x \in C \wedge y \in C \quad tq \quad x+y \in C$$
$$\Rightarrow C + C \subseteq C$$

Ahora probaremos la otra implicancia.Tenemos como hipótesis $C + C \subseteq C$.

$$x \in C \wedge y \in C \Rightarrow x + y \in C$$
$$(1-\lambda)x \wedge \lambda y$$

Para $\lambda \in [0,1]$

$$\Rightarrow (1-\lambda))x + \lambda y \in C$$

Por lo tanto C es conexo. ■

Proposición 2.2.7. *Sea A una relación binaria en $\Re^p$. A es una orden parcial lineal si y solamente si, existe un cono convexo puntiagudo $C \subseteq \Re^p$ tal que*

$$(x,y) \in A \Longleftrightarrow y - x \in C$$

Denotando $(x,y) \in A$ por $x \preceq_C y$,podemos reescribir el Teorema 2.2.7 por:

$$x \preceq_C y \Longleftrightarrow y - x \in C$$

Las próximas dos definiciones son fundamentales para entender la naturaleza del problema generalizado de Optimización Multiobjetivo.

Definición 2.2.8. Sea $Y \subseteq \Re^p$, $C \subseteq \Re^p$ un cono convexo puntiagudo y $\preceq_c$ la orden parcial inducida por el cono. Un punto $x \in Y$ es un punto MINIMAL IDEAL de Y si $x \preceq_c y, \qquad \forall y \in Y$.

Definición 2.2.9. Sea $Y \subseteq \Re^p$, $C \subseteq \Re^p$ un cono convexo puntiagudo y $\preceq_C$ la orden parcial inducida por el cono. Un punto $x \in Y$ es un punto MINIMAL de Y si no existe $y \preceq_C Y \backslash \{y\} Y$ tal que $y \prec_c x$.

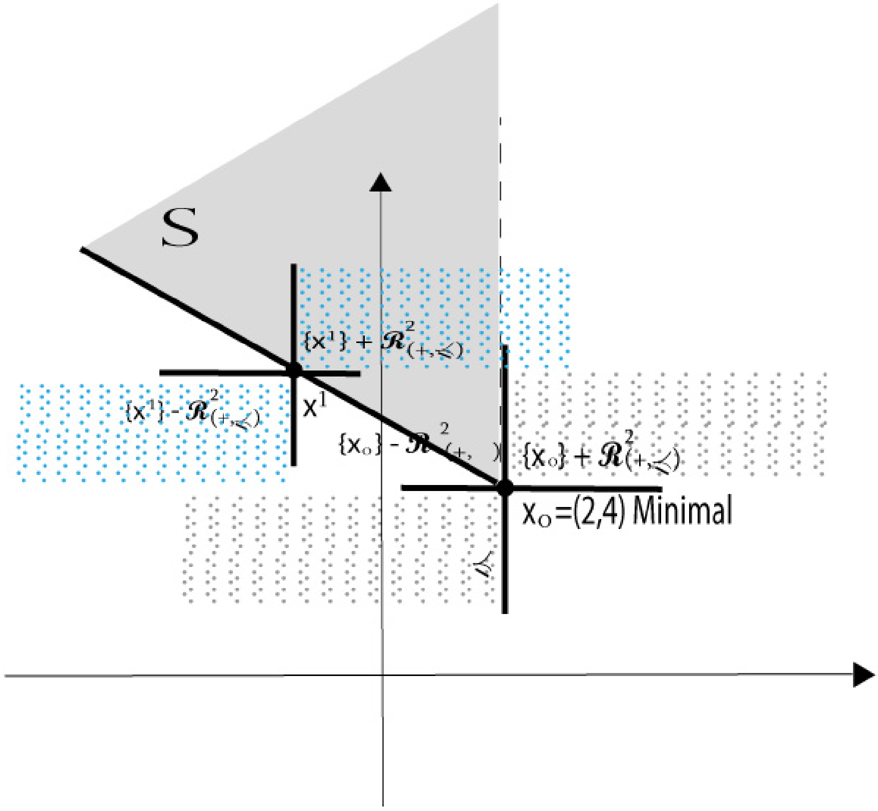
Otra definición de MINIMAL en un conjunto S.

Definición 2.2.10. El punto x_0 es un elemento minimal del conjunto S, si para C un cono convexo inductor de orden parcial se tiene:

$$(\{x_0\} - C) \cap S \subset \{x_0\} + C$$

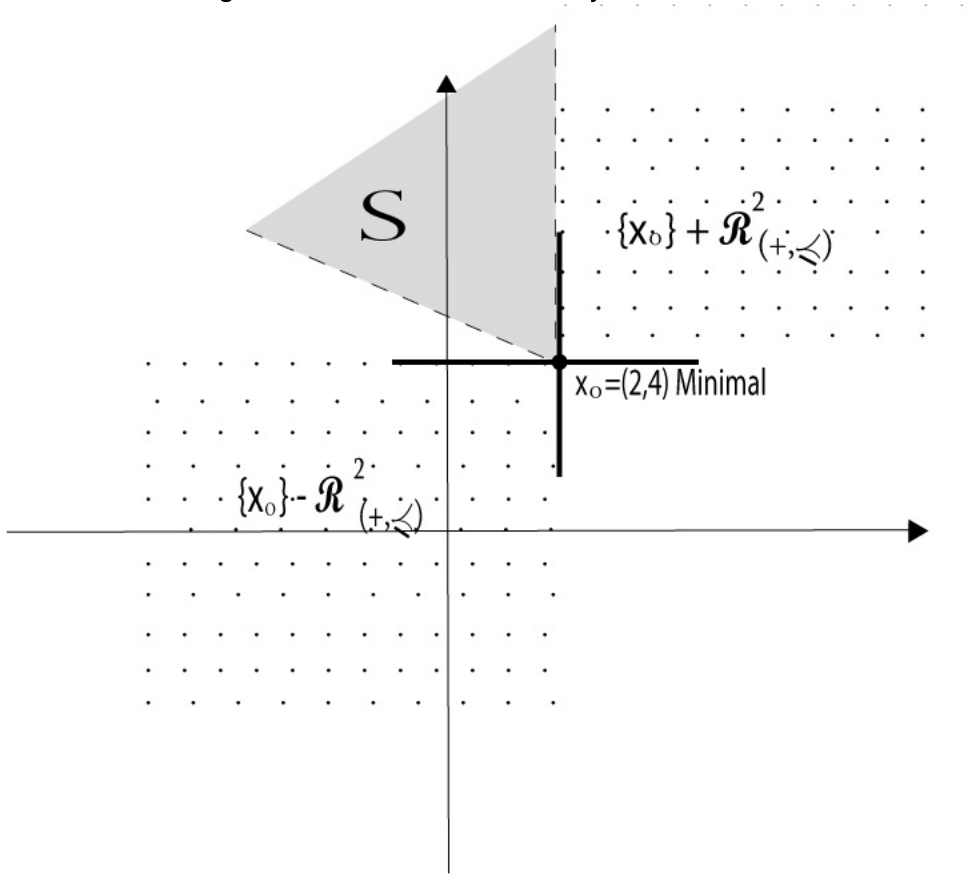
***Ejemplo* 2.3.** En este ejemplo gráfico trabajaremos con $\left(\Re^2_+, \preceq\right)$

Figura 2.3: La recta como puntos minimlales



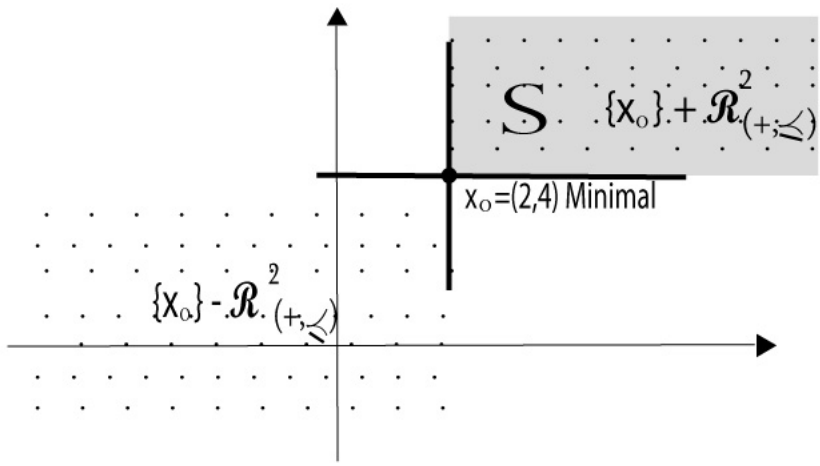
Fuente: Elaboración propia

Figura 2.4: Minimal de un conjunto sin frontera



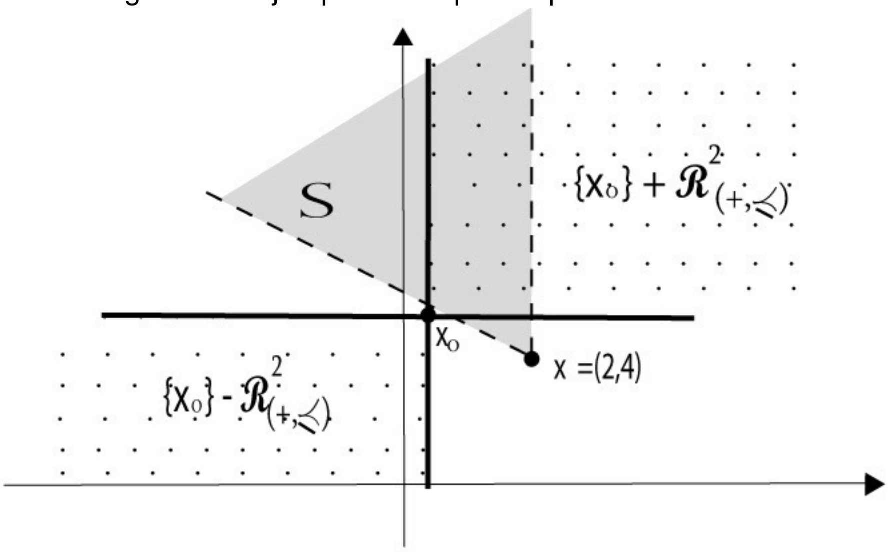
Fuente: Elaboración propia

Figura 2.5: Minimal de un conjunto que coincide con $\{x_0\} + \Re^2_+$



Fuente: Elaboración propia

Figura 2.6: Ejemplo de un punto que no es minimal



Fuente: Elaboración propia

OBS 2.2. Tenemos las siguientes observaciones:

- De la Definición 2.2.9 se puede ver como $x \in Y \wedge y \in Y \mid y \preceq_c x \Longrightarrow x = y$
- Cuando un orden es total el punto minimal y minimal ideal coinciden.
- Cuando tenemos órdenes parciales un punto minimal ideal puede no existir.

Ahora veremos conceptos básicos de Optimización Multiobjetivo. En particular en el siguiente trabajo consideraremos $C = \Re^p_+$ y el orden parcial inducida de la Definición 2.2.1. Nuestro objetivo será hallar $x \in X$ tal que $f(x) \in min_C f(X)$. Los puntos que satisfacen esta condición tienen un nombre específico, como muestra la definición siguiente:

Definición 2.2.11. Una solución $x^* \in X$ es eficiente si no existe otro punto tal que $f(x) \preceq f(x^*)$ y $f(x) \neq f(x^*)$

Usando la Definición 2.2.9, tenemos que una solución x^* es eficiente si $f(x^*)$ es mininal de $f(X)$; si el punto no cumple la Definición 2.2.11 se le llama ineficiente. Ahora se va a mostrará otras definiciones de eficiente.

Definición 2.2.12. Una solución $x^* \in X$ es eficiente local si existe $\delta > 0$ tal que x^* es eficiente en $X \cap N(x^*, \delta)$ donde $N(x^*, \delta) = \{y \mid y \in \Re^n, \|x - y\| < \delta\}$

OBS 2.3. Si todas las funciones objetivo son convexas, entonces cualquier solución eficiente local es también una solución eficiente global.

Definición 2.2.13. Una solución $x^* \in X$ es débilmente eficiente si no existe un punto x tal que $f(x) \prec f(x^*)$ Esta definición también la podemos ver como:

$$\forall x \in X \quad ; f(x) \succeq f(x^*)$$

Definición 2.2.14. Una solución $x^* \in X$ es débilmente eficiente local si existe $\delta > 0$ tal que x^* es débil eficiente en $X \cap N(x^*, \delta)$ donde $N(x^*, \delta) = \{y \mid y \in \Re^n, \|x - y\| < \delta\}$

Definición 2.2.15. El cono linealizado de X en x es el conjunto dado por :

$$L_{\preceq}(X, x) := \{y \mid \bigtriangledown g_i' y \leq 0, i \in A(x)\}$$

Donde $A(x) = \{i \mid g_i(x) = 0\}$ es el conjunto de índices de restricciones activas en X.

OBS 2.4. El cono linealizado de X es una aproximación de conjunto X en torno de x, obtenida por la linealizacion de funciones activas.

Definición 2.2.16 (Geoffrion)**.** Una solución eficiente $x^* \in X$ es propiamente eficiente si existe $M > 0$ tal que para cada $i = 1, 2 \ldots p$ y para cada $x^* \in X$ que satisface $f_i(x^*) > f_i(x)$ existe por lo menos un $j \neq i$ tal que $f_j(x^*) < f_j(x)$ y $f_i(x^*) - f_i(x) \leq M(f_j(x) - f_j(x^*))$.Una solución eficiente que no es propiamente eficiente es llamada impropiamente eficiente.

Definición 2.2.17. Una solución eficiente $x^* \in X$ es propiamente eficiente local si existe $\delta > 0$ tal que x^* es propiamente eficiente en $X \cap N(x^*, \delta)$.

El conjuntos de soluciones eficientes de un problema multiobjetivo es llamado frontera eficiente o frontera de pareto.Dependiendo del problema podemos aproximar tal conjunto graficamente al espacio objetivo.

Definición 2.2.18 (Espacio Objetivo)**.** Es un conjunto cuyos ejes son las funciones objetivo del problema, luego cada punto de este conjunto posee coordenadas definidas por los valores de las funciones objetivo evaluadas en un punto del espacio de decisión.

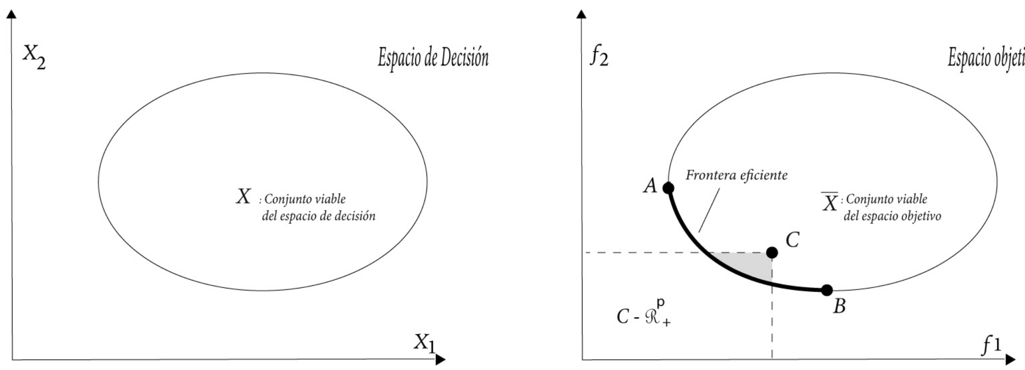
Definición 2.2.19 (Conjunto viable en el Espacio Objetivo)**.** Sea el conjunto

$$\bar{X} = \{f(x) \mid x \in X\}$$

Definición 2.2.20 (Conjunto viable en el Espacio de Decisión)**.**

$$X = \{x \in \Re^n \mid g_i\,(x) \leq 0\,, i = 1, \dots m\}$$

Figura 2.7: Espacio de Decisión y Objetivo



(a) (b)

Fuente: Elaboración propia

OBS 2.5. En la Figura 2.7, podemos observar:

- Los punto A, B son ejemplos de soluciones eficientes y C es solución inferior.
- A y B son puntos en el espacio de decisión, y deberían ser representados como $f(A)$ y $f(B)$ en el espacio objetivo, pero para facilitar la notación representaremos los puntos del espacio de decisión en el espacio objetivo sin ternerlos que evalualos en la función multiobjetivo.
- La parte del gráfico más gruesa representa a la frontera eficiente.

- El conjunto viable de un problema con dos objetivos en el espacio objetivo.
- El punto C es una solución ineficiente pues podemos mejorar sus valores moviendo en direción de la izquierda y abajo.

De la Figura 2.7 se puede concluir que x es eficiente si y solo si $(C - \Re_+^p) \cap \bar{X} = \{f(\bar{X})\}$. En la frontera eficiente sólo se escogerá un valor al cual llamaremos SOLUCIÓN DE MEJOR COMPROMISO. La relación entre la cantidad que se debe ser aumentada a un objetivo con el fin que haya disminución en el otro objetivo se llama COMPENSACIÓN. Las compensaciones de las soluciones eficientes son información importante para el tomador de decisiones así podrá escoger la SOLUCIÓN DE MEJOR COMPROMISO.

Ahora definiremos las condiciones necesarias de primer orden donde consideraremos el caso irrectricto donde el conjunto $X = \Re^n$

Proposición 2.2.21. *Sea $x^n \in \Re^n$ una solución débilmente eficiente local, entonces no existe d tal que*

$$\bigtriangledown f_i(x^*)'d < 0 \qquad \forall i = 1, 2, \ldots p$$

Definición 2.2.22. Ahora describiremos el método de pesos:
El problema 1.1 se resolverá mediante el método de pesos usando el vector de pesos $w \succeq 0$ tal que $\|w\|_1 = 1$; transformando el problema 1.1 en el siguiente :

$$P(w) : min \sum_{k=1}^{p} w_k \, f_k(x)$$

$$s.a \qquad g_i\,(x) \leq 0\,, i = 1, \ldots m \tag{2.1}$$

De esta forma el problema original se transforma en un problema con un único objetivo y con ello obtendremos soluciones óptimas que se convertiran en soluciones eficientes para el problema multiobjetivo.

2.3. Marco Conceptual

Debido a la naturaleza formal del estudio,el marco conceptual no aplica

2.4. Definición de términos básicos

Con finalidad de tener una amplia teoría para la resolución de los objetivos en el presente trabajo se seguirá los resultados en : (Abadie,1967), (Benson & Morin, (1977)), (Bigi,1999), (Bigi & Pappalardo,1999),(Cohon, 1978),(Geoffrion, 1968),(Kuhn, & Tucker, 1951),(Luc, 1989), (Rockafellar, 1997) y (Sawaragi, Nakayama y Tanino, 1985). Presentaremos algunas notaciones:

- $\Re$: El conjunto de los números reales
- $\Re^n$: El conjunto de los vectores n-dimensionales
- v' : Transpuesta de $v \in \Re$
- $\Re_+$: Conjunto de los reales positivos

$$\Re_+ := \{a \in \Re \mid a \geq 0\}$$

- $\Re_{++}$: Conjunto de los reales estrictamente positivos

$$\Re_{++} := \{a \in \Re \mid a > 0\}$$

- $-\Re_+$: Conjunto de los reales negativos

$$-\Re_+ := \{-a \in \Re \mid a \in \Re_+\}$$

- $-\Re_{++}$: Conjunto de los reales estrictamente negativos

$$-\Re_{++} := \{-a \in \Re \mid a \in \Re_{++}\}$$

- $\min_c Y$: Conjunto de los puntos minimales de un conjunto $Y \subseteq \Re^p$
- $f(X)$: Conjunto formado por los valores obtenidos por la evaluación en la función Multiobjetivo f en puntos $x \in X$.

Definición 2.4.1 (Espacio Objetivo)**.** Es un conjunto cuyos ejes son las funciones objetivo del problema, luego cada punto de este conjunto posee coordenadas definidas por los valores de las funciones objetivo evaluadas en un punto del espacio de decisión.

Definición 2.4.2 (Conjunto viable en el Espacio Objetivo)**.** Sea el conjunto

$$\bar{X} = \{f(x) \mid x \in X\}$$

Definición 2.4.3 (Conjunto viable en el Espacio de Decisión)**.**

$$X = \{x \in \Re^n \mid g_i\,(x) \leq 0\,, i = 1, \ldots m\}$$

CAPÍTULO III

HIPÓTESIS Y VARIABLES

3.1. Hipótesis

Hipótesis General

Existen soluciones propiamente eficientes para el problema multiobjetivo mediante el método de pesos.

Hipótesis Espécifica

(i) Para una solución óptima única del problema de los pesos existe una solución eficiente para el problema multiobjetivo.

(ii) Para una solución óptima del problema de los pesos existe una solución eficiente para el problema multiobjetivo.

3.1.1. Operacionalización de variable

Variable dependiente (D)

Existencia de soluciones propiamente eficientes para un problema multiobjetivo.

Variable independiente (I)

Problema Multiobjetivo

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	MÉTODO	TÉCNICA
D	Definición de soluciones propiamente eficientes locales. Definición de solución propiamente eficiente. Definición de solución eficiente.	Bolas abiertas. Definición de una solución eficiente para el problema multiobjetivo. Definición de un punto mínimal y minimal ideal.	Método teórico - práctico	Revisión bibliográfica.
I	Conos Órdenes parciales Método de pesos	Conos convexos Estudio de las relaciones binarias Solución óptima.		

Fuente:Elaboración propia.

CAPÍTULO IV

METODOLOGÍA DEL PROYECTO

4.1. Diseño Metodológico

Tipo de investigación

El enfoque del trabajo que se realizará es cuantitativo y el tipo de investigación es básica, pura o fundamental, pues se utiliza las teorías existentes para profundizar en forma inductiva-deductiva siendo lo más exhaustivo posible en cada demostración. Nuestro nivel de investigación es descriptivo.

Diseño de la investigación

La naturaleza de nuestra investigación, es un estudio no experimental por que no hemos requerido de datos experimentales ni estadísticos. Según su enfoque es cualitativa, ya que tiene como propósito la descripción de las cualidades del fenómeno a estudiar.

4.2. Método de Investigación

La investigación que se desarrolla presenta el tipo básico teórico.

Se empezará definiendo los términos básicos en la formulación del problema multiobjetivo que conlleva un estudio sobre conos convexos, órdenes parciales.

Se explicará en detalle la metodología que desarrolla el método de pesos con el fin de mostrar la existencia de soluciones propiamente eficientes.

Finalmente se desarrollará un teorema que permita encontrar una solución óptima para el problema de pesos que en consecuencia nos muestre una solución propiamente eficiente para el problema multiobjetivo. Esto permitirá demostrar nuestra hipótesis general.

4.3. Población y Muestra

Debido a la naturaleza del estudio, la población y muestra no aplica.

4.4. Lugar de Estudio

Las actividades de investigación se realizaron remotamente en la Facultad de Ciencias naturales y Matemática de la Universidad Nacional del Callao.

4.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

No se aplica para este tipo de proyecto.

4.6. Análisis y procesamiento de datos.

Por ser nuestro trabajo de la rama de la programación matemática centrada en la teoría optimización de modelos reales, no se necesitó procedimientos de recolección de datos más que la revisión de bibliografía (libros, páginas web, paper, etc.)

4.7. Aspectos Éticos en Investigación.

La presente investigación cumple las normas establecidas (artículo 427-438 del Código Penal, Ley sobre el Derecho de Autor-Decreto Legislativo N° 822) en nuestro país, no incurriendo en el delito contra la fe pública.

4.8. Si la orientación es hacia un proyecto de inversión, considera: Estudio técnico, Estudio económico-financiero, Estudio de la organización administrativa.

No se aplica para este tipo de proyecto.

4.9. Si el proyecto se orienta al impacto ambiental, considera: Área de estudio, Evaluación del impacto ambiental, Medidas ecológicas, Plan de supervisión ambiental.

No se aplica para este tipo de proyecto.

CAPÍTULO V

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

CRONOGRAMA DE PROYECTO DE TESIS

Proyecto de tesis: **EXISTENCIA DE SOLUCIONES PROPIAMENTE EFICIENTES PARA EL PROBLEMA MULTIOBJETIVO MEDIANTE EL MÉTODO DE PESOS**
Tesista: Stefany Andrea García Rojas
Fecha de Inicio: 3/05/2021
Fecha de término: 3/11/2022

ACTIVIDADES	INICIO	FINAL	DUR. (Semanas)	MAYO				JUNIO				JULIO				AGOSTO			
				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Capacitación Teórica	**3/05/2021**	23/05/2021	3																
Componente 1: Mostrar que para una solución óptima única del problema de los pesos existe una solución eficiente para el problema multiobjetivo. Se usará la definición de ua solución propiamente eficiente ,la cual esta descrita en el cuerpo del proyecto.	**24/05/2021**	20/06/2021	**4**																
Componente 2: Segundo objetivo específico: Mostrar que para una solución óptima del problema de los pesos existe una solución eficiente para el problema multiobjetivo. Se usará la definición de ua solución propiamente eficiente, la cual esta descrita en el cuerpo del proyecto.	**21/06/2021**	18/07/2021	**4**																
Análisis y discusión de resultados	**19/07/2021**	15/08/2021	3																
Digitalización y defensa de tesis	**16/08/2021**	**3/11/2022**	**2**																
Análisis y discusión de resultados	**4/11/2022**	1/12/2022	3																
Digitalización y defensa de tesis	**16/08/2021**	**3/11/2022**	**2**																

LEYENDA
Controles y revisiones por asesor
Clases, revisiones y presentaciones de avance

Fuente:Elaboración propia.

CAPÍTULO VI

PRESUPUESTO

Especificación	(%)	Costo en soles (S/.)
Textos especializados	8.62	500
Laptop de alta gama	60.35	3500
Revistas y/o artículos científicos especializados	17.24	1000
Artículos de oficina (Hojas bond, memorias USB, etc)	3.45	200
Servicio de Internet	6.90	400
Impresiones	1.72	100
Gastos de transporte	1.72	100
TOTAL	100	5800

Fuente:Elaboración propia.

CAPÍTULO VII

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abadie, J. M. (1967). On the Kuhn-Tucker theorem,*Nonlinear Programming* , J. Abadie ed.

Choque, A., & Alonso, R. (2018). *Algoritmo genético multiobjetivo para la optimización de la distribución de ayuda humanitaria en caso de desastres naturales en el Perú.*

Benson, H. P., & Morin, T. L. (1977). The vector maximization problem: proper efficiency and stability.*SIAM Journal on Applied Mathematics* , 32(1), 64-72.

Bigi, G. (1999) *Optimality and Lagrangian Regularity in Vector Optimization* . Tese de Dou- torado, Dipartimento di Matematica, Università di Pisa, Italy.

Bigi, G., & Pappalardo, M. (1999). Regularity conditions in vector optimization. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 102(1), 83-96.

Canales, G. (2018). P. *Teoría y aplicaciones de optimización e investigación de operaciones.* Lima, Perú: Fondo Editorial EDUNI.

Cristóbal García, J. (2013). Optimización multi-objetivo para la evaluación de la sostenibilidad de tecnologías de generación de electricidad a partir de carbón.

Cohon, J. L.(1978) .*Multiobejctive Programing and Planning* . Academic Press, New York.

Geoffrion, A. M. (1968). Proper efficiency and the theory of vector maximization.*Journal of mathematical analysis and applications* , 22(3), 618-630.

Jimenez, R., & Linder, S. *Planeamiento de la generación distribuida en redes de distribución de energía eléctrica en el Perú*.

Kuhn, H. W., & Tucker, A. W. (1951). Nonlinear Programming en J. Neyman (Ed.),*Proceedings of the second berkeley symposium on mathematical statistic and probability* , Berkeley: UC Berkeley.

Leon Malpartida, J. (2019). *Algoritmo de optimización multiobjetivo para el problema center-based clustering para conjuntos con outliers*.

Li, F. F. (2019). *Topics and Applications of Weighting Methods in Case-Control and Observational Studies* (Doctoral dissertation, Duke University).

Luc, D. T.(1989). *Theory of Vector Optimization.* Springer, Berlin. Maeda, T. (1994). *Constraint qualifications in multiobjective optimization problems: differentiable case*. Journal of Optimization Theory and Applications, 80(3), 483-500.

Matsouaka, R. A., & Atem, F. D. (2020). *Regression with a right-censored predictor using inverse probability weighting methods*. Statistics in Medicine, 39(27), 4001-4015.

Momeni, R., Etminan, J., & Sadegh, M. K. (2021). *Estimation of normal means in the tree order model by the weighting methods*. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 50(1), 282-294.

Rockafellar, R. T. (1997). *Convex Analysis*,Princenton University Press, Princenton, NJ.

Sawaragi, Y., NAKAYAMA, H., & TANINO, T. (Eds.). (1985).*Theory of multiobjective optimization* . Elsevier.

Velasco Carrera, L. (2017). *Optimización multiobjetivo del transporte de personas discapacitadas: diseño de nuevas metodologías metaheurísticas.*

CAPÍTULO VIII
ANEXOS

8.1. MATRIZ DE CONSISTENCIA

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	METODOLOGÍA	POBLACIÓN
Problema general: ¿Existirán soluciones propiamente eficientes para el problema multiobjetivo mediante el método de pesos?	**Objetivo general:** Mostrar que existen soluciones propiamente eficientes para el problema multiobjetivo mediante el método de pesos.	**Hipótesis general:** Existen soluciones propiamente eficientes para el problema multiobjetivo mediante el método de pesos.	El método de investigación es básico teórico	Población: No aplica Muestra:No aplica
Problema específico: ¿A partir de una solución óptima única para el problema de los pesos existirá una solución eficiente para el problema multiobjetivo? ¿A partir de una solución óptima para el problema de los pesos existirá una solución eficiente para el problema multiobjetivo?	**Objetivo específico:** Mostrar que para una solución óptima única del problema de los pesos existe una solucón eficiente para el problema multiobjetivo. Mostrar que para una solución óptima del problema de los pesos existe una solución eficiente para el problema multiobjetivo.	**Hipótesis especifica:** Para una solución óptima única del problema de los pesos existe una solución eficiente para el problema multiobjetivo. Para una solución óptima del problema de los pesos existe una solución eficiente para el problema multiobjetivo.		